

## Série 4 des Travaux Dirigés

### Lois de Probabilités

#### 1. Distribution Binomiale

Q1.1. Déterminer :

- (i)  $\mathcal{B}(2; 5, \frac{1}{3})$                       (ii)  $\mathcal{B}(3; 6, \frac{1}{2})$                       (iii)  $\mathcal{B}(3; 4, \frac{1}{4})$

Q1.2. On lance trois fois une pièce de monnaie parfaitement équilibrée. Calculer la probabilité  $p$  pour qu'il y ait :

- (i) Trois fois face      (ii) Deux fois face      (iii) Une fois face      (iv) Aucune fois face

Q1.3. Une équipe  $A$  a la probabilité  $\frac{2}{3}$  de gagner chaque fois qu'elle joue. Sachant que  $A$  joue 4 parties, calculer la probabilité pour que  $A$  gagne :

- (i) Exactement 2 parties      (ii) Au moins une partie      (iii) Plus de la moitié des parties

Q1.4. Une famille a 6 enfants. Calculer la probabilité pour qu'il y ait :

- (i) 3 garçons et 3 filles                      (ii) Moins de garçons que de filles

Q1.5. Combien de dés doit-on jeter pour que la probabilité d'obtenir un 6 soit plus grande que  $\frac{1}{2}$ .

Q1.6. Calculer le nombre moyen de garçons dans une famille de 8 enfants, en supposant que la distribution des sexes est équiprobable. Quelle est la probabilité pour que la famille ait un nombre de garçons égal à ce nombre moyen.

Q1.7. La probabilité pour qu'un article produit par une usine soit défectueux est 0,02. Un chargement de 10 000 articles est entreposé. Calculer le nombre moyen  $E$  des articles défectueux et l'écart-type  $\sigma$ .

#### 2. Distribution Normale

Q2.1. La moyenne et l'écart-type des résultats à un examen sont respectivement 74 et 12. Calculer les résultats en unités centrées réduites des étudiants ayant obtenu les notes :

- (i) 65                      (ii) 74                      (iii) 86                      (iv) 92

Q2.2. Reprendre l'exercice précédent et calculer les notes correspondant aux résultats centrés réduits suivants :

- (i) -1                      (ii) 0,5                      (iii) 1,25                      (iv) 1,75

Q2.3. Soit  $\pi(t)$  la distribution normale centrée réduite. Calculer  $\pi(t)$  pour :

- (i)  $t = 1,63$                       (ii)  $t = -0,75$                       (iii)  $t = -2,08$

Q2.4. Soit  $X$  une v.a suivant la loi normale centrée réduite  $\pi$ . Calculer :

- (i)  $P(0 \leq X \leq 1,42)$       (ii)  $P(-0,73 \leq X \leq 0)$       (iii)  $P(-1,37 \leq X \leq 2,01)$       (iv)  $P(0,65 \leq X \leq 1,26)$   
(v)  $P(-1,79 \leq X \leq -0,54)$       (vi)  $P(X \geq 1,13)$       (vii)  $P(|X| \leq 0,5)$

Q2.5. Soit  $X$  une variable aléatoire suivant la loi normale centrée réduite  $\pi$ . Calculer la valeur de  $t$  sachant que :

- (i)  $P(0 \leq X \leq t) = 0,4236$       (ii)  $P(X \leq t) = 0,7967$       (iii)  $P(t \leq X \leq 2) = 0,1$

Q2.6. On suppose que le poids  $P$  de 800 étudiants suit une loi normale de moyenne 66 kilogrammes et d'écart-type 5 kilogrammes. Calculer le nombre  $N$  d'étudiants ayant des poids :

- (i) Compris entre 65 et 70 kilogrammes      (ii) Supérieurs ou égaux à 72 kilogrammes

#### 3. Approximation Normale de la distribution Binomiale

Q3.1. On jette 12 fois une pièce bien équilibrée. Calculer la probabilité  $P$  pour que le nombre de faces soit compris entre 4 et 7, en utilisant : (i) la distribution binomiale, (ii) l'approximation normale de la distribution binomiale.

**Q3.2.** On jette 180 fois un dé bien équilibré. Calculer la probabilité  $P$  pour que la face 6 sorte (i) entre 29 et 32 fois, bornes incluses (ii) entre 31 et 35 fois, bornes incluses.

#### 4. Distribution de Poisson

**Q4.1.** Déterminer :

(i)  $e^{-1,3}$

(ii)  $e^{-2,5}$

**Q4.2.** A partir de la distribution de Poisson, Calculer :

(i)  $P(2; 1)$

(ii)  $P(3; \frac{1}{2})$

(iii)  $P(2; 0,7)$

**Q4.3.** On suppose que dans un livre de 500 pages, il y a 300 fautes d'impression distribuées au hasard. Calculer la probabilité  $P$  pour qu'une page donnée contienne (i) exactement 2 fautes d'impression, (ii) 2 fautes d'impression ou plus.

**Q4.4.** On suppose que 2 % des articles produits par une usine sont défectueux. Calculer la probabilité  $P$  pour que dans un échantillon de 100 articles, il y ait 3 articles défectueux.

#### 5. Distribution Multinomiale

**Q5.1.** Une boîte contient 5 billes rouges, 3 billes blanches et 2 billes bleues. On tire un échantillon non exhaustif de 6 billes. c.à.d. que l'on remet chaque bille dans la boîte, avant de tirer la suivante. Calculer la probabilité pour que (i) l'on ait 3 billes rouges, 2 billes blanches et 1 bille bleue ; (ii) l'on ait 2 billes rouges, 3 billes blanches et 1 bleue ; (iii) l'on ait 2 billes de chaque couleur.